

Geometría proyectiva

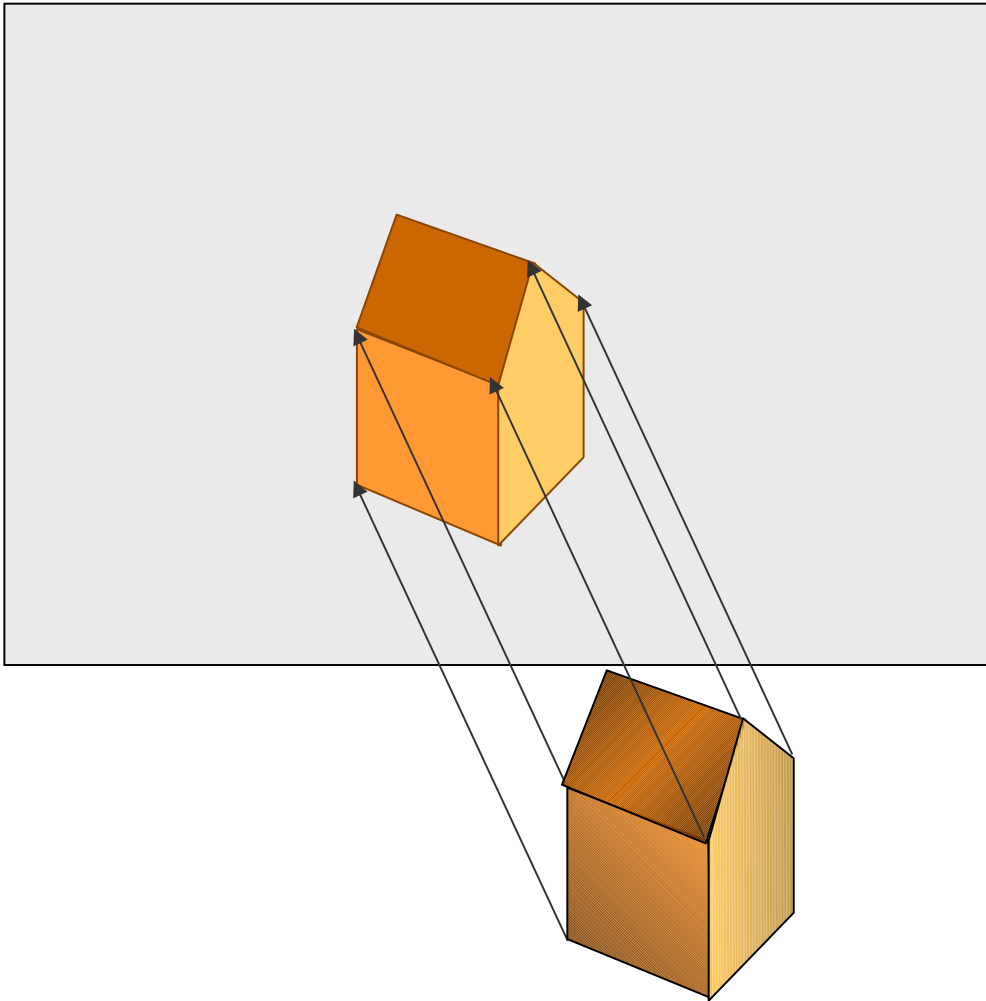
(Entre la geometría, el álgebra y la topología)

V Escuela de Verano, Julio 2008

1. De la perspectiva a la geometría proyectiva



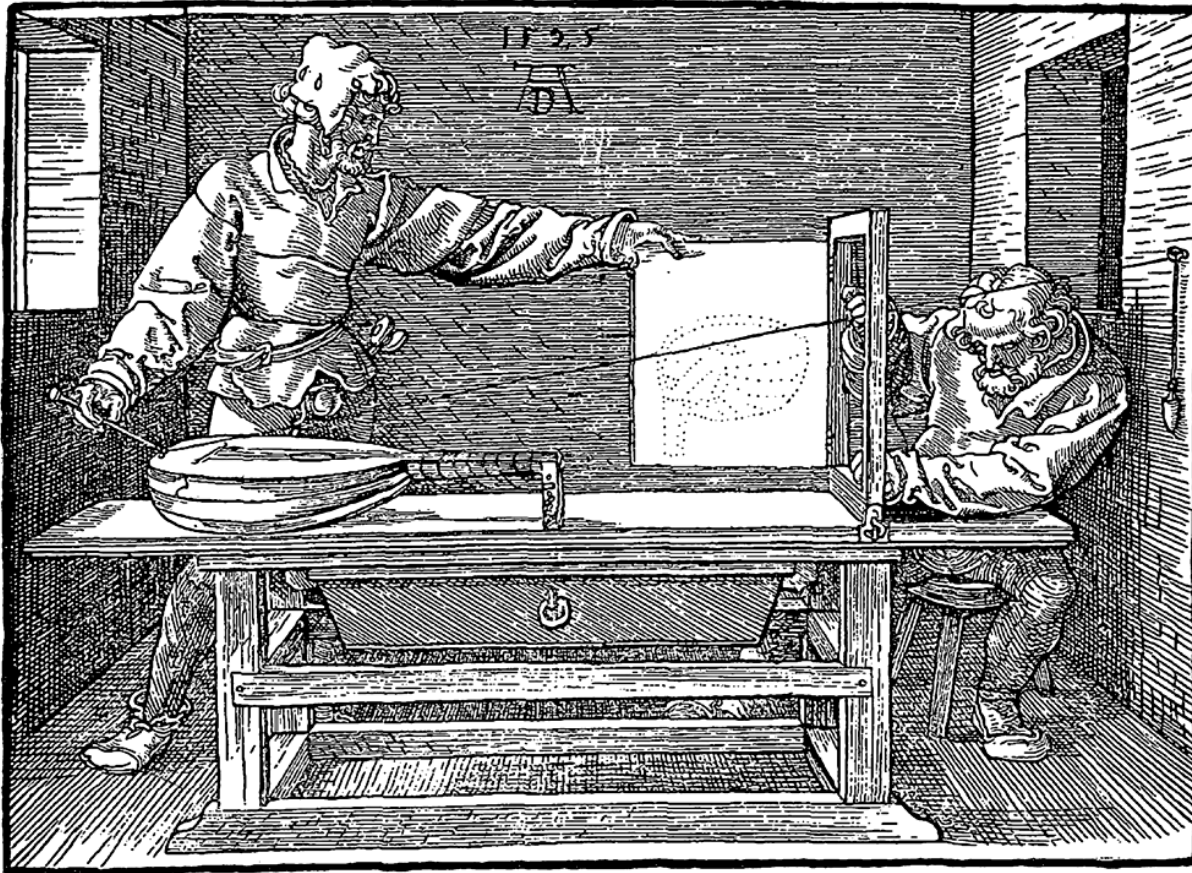
Giotto S XIV



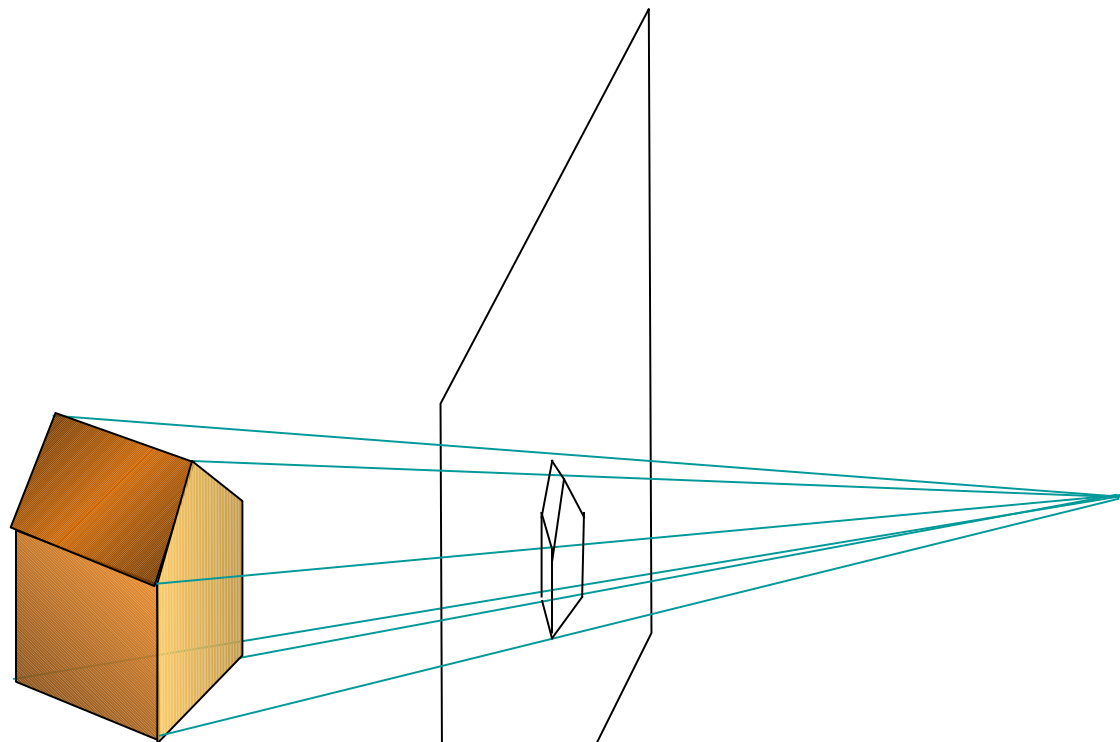
PROYECCION PARALELA



PERSPECTIVA

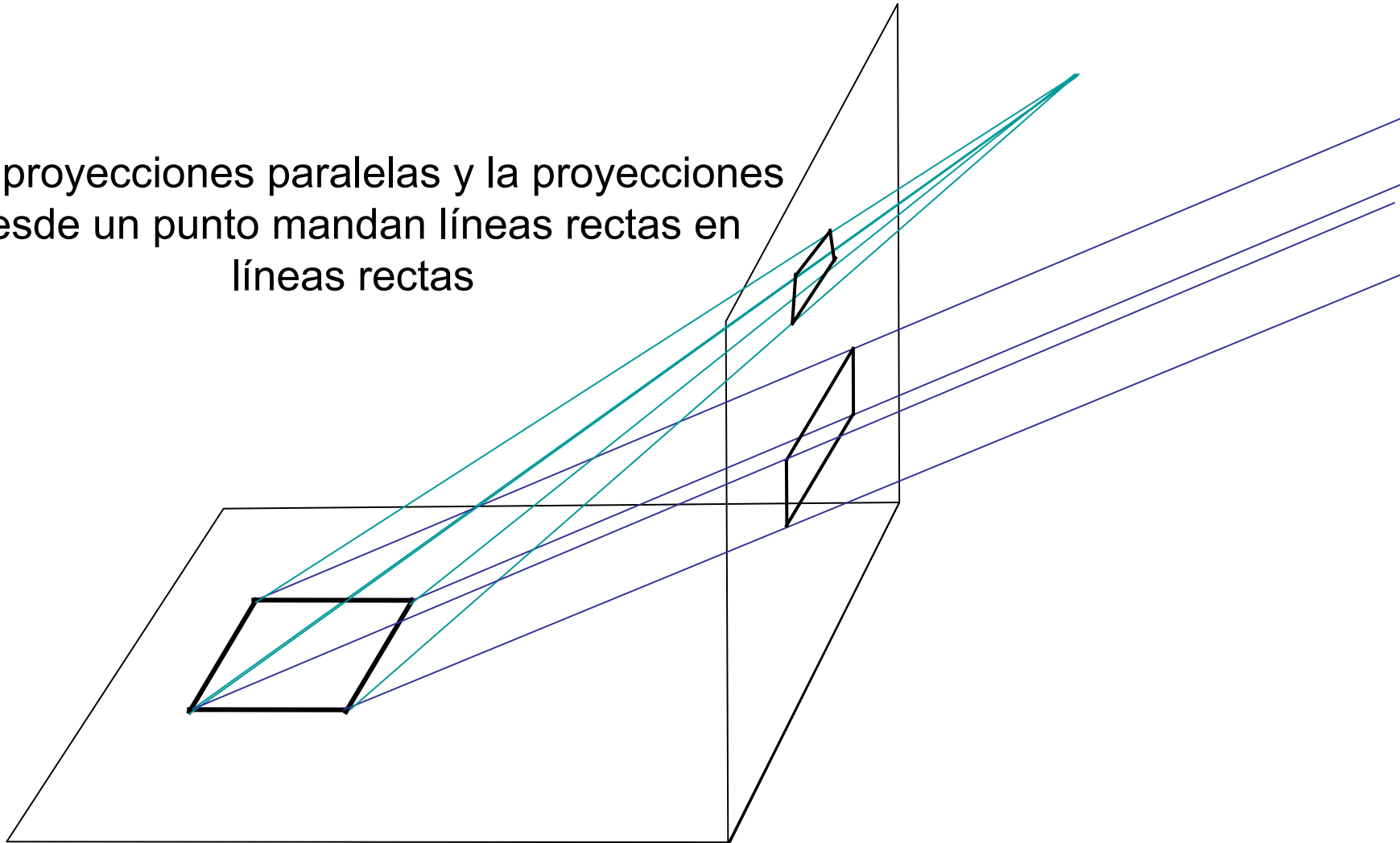


un cuadro debería verse como si uno se asomara por una ventana...



PROYECCION DESDE UN PUNTO

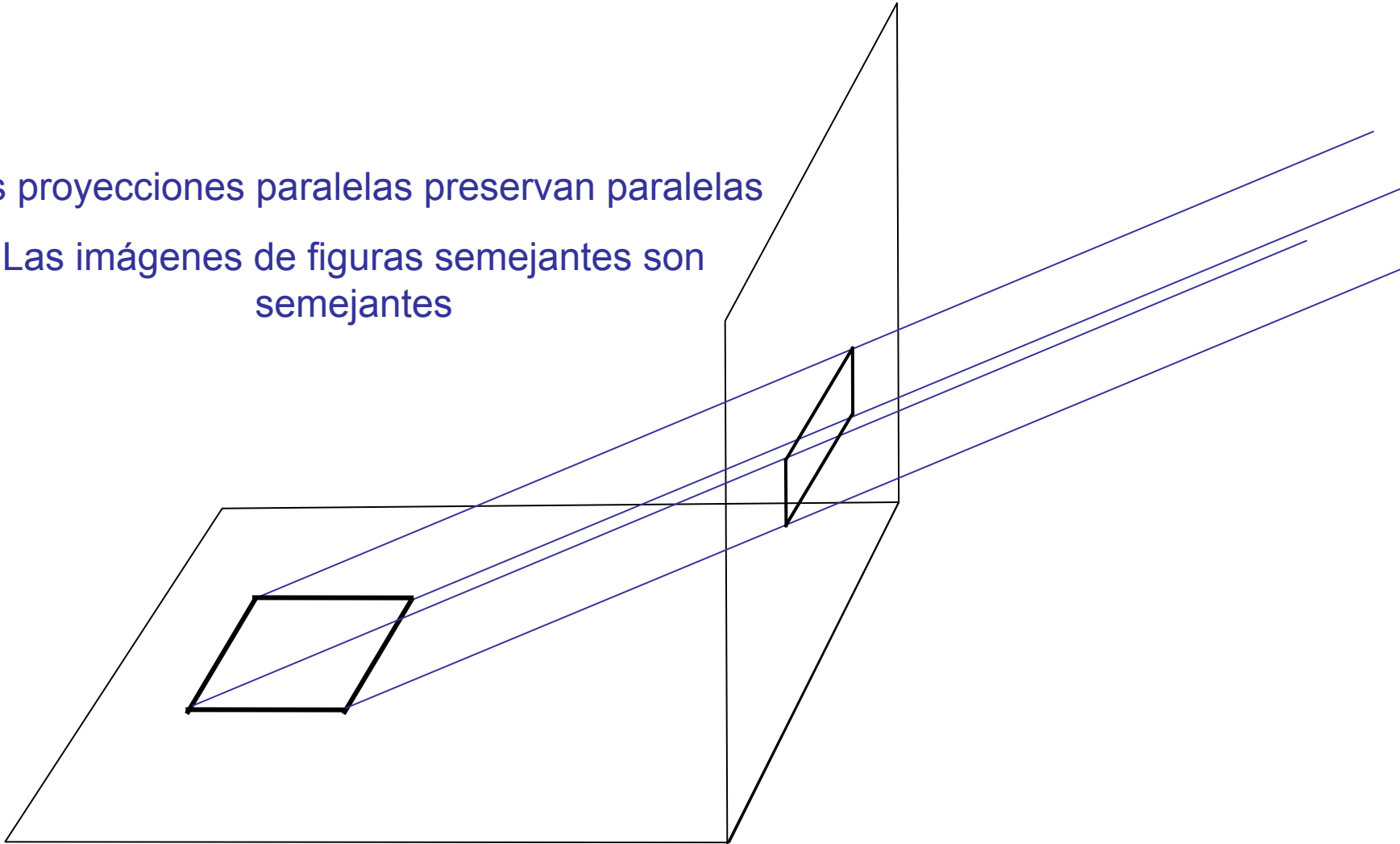
Las proyecciones paralelas y la proyecciones desde un punto mandan líneas rectas en líneas rectas



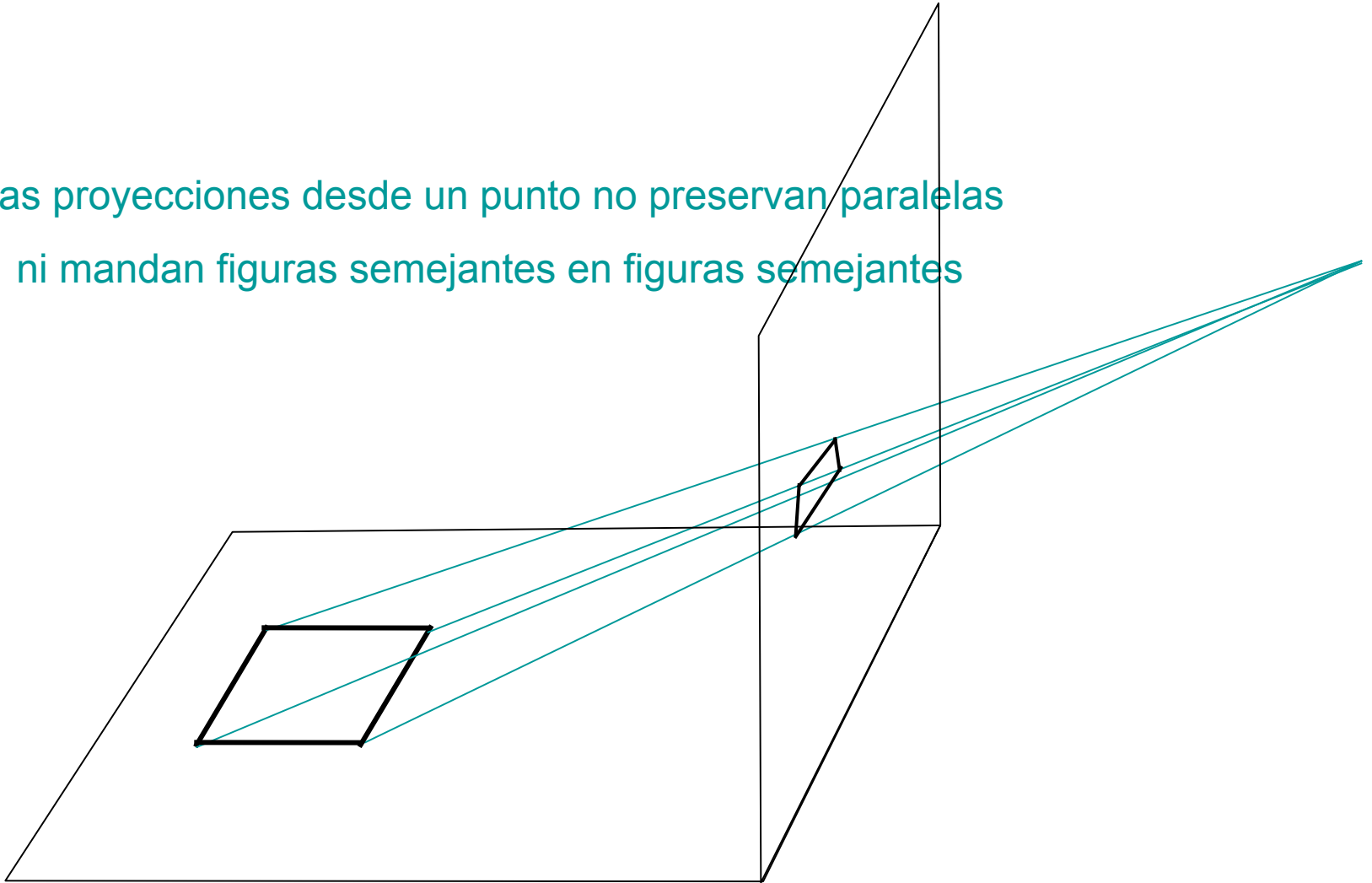
¿Que otras propiedades geométricas se preservan y cuales no?

Las proyecciones paralelas preservan paralelas

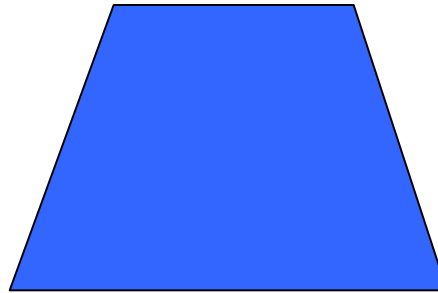
Las imágenes de figuras semejantes son semejantes



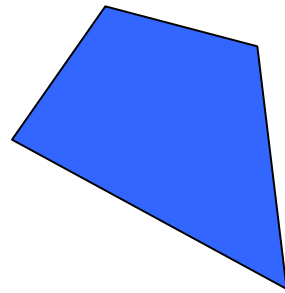
Las proyecciones desde un punto no preservan paralelas
ni mandan figuras semejantes en figuras semejantes



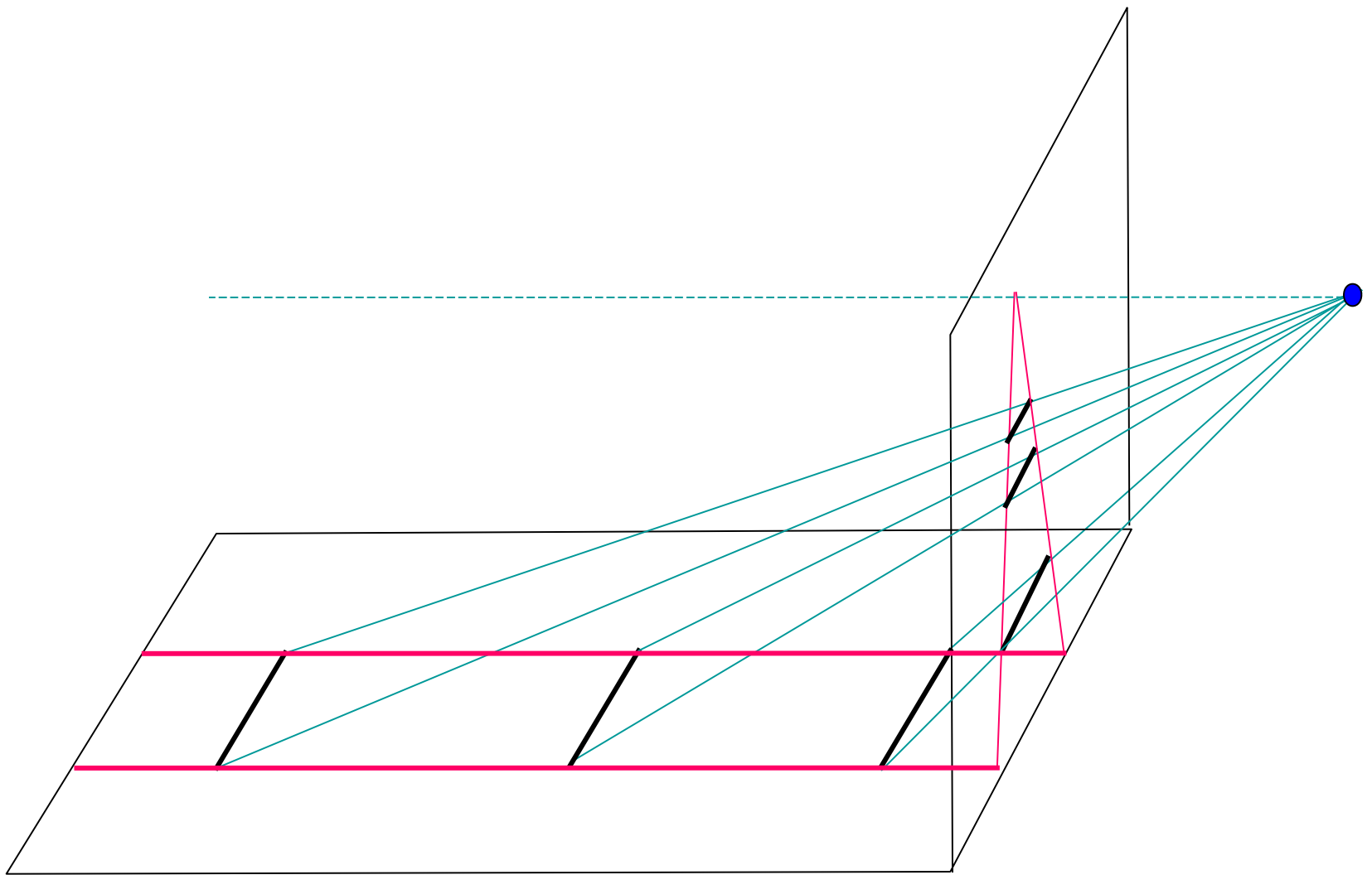
¿Como se proyecta un cuadrado?



¿podría verse así?

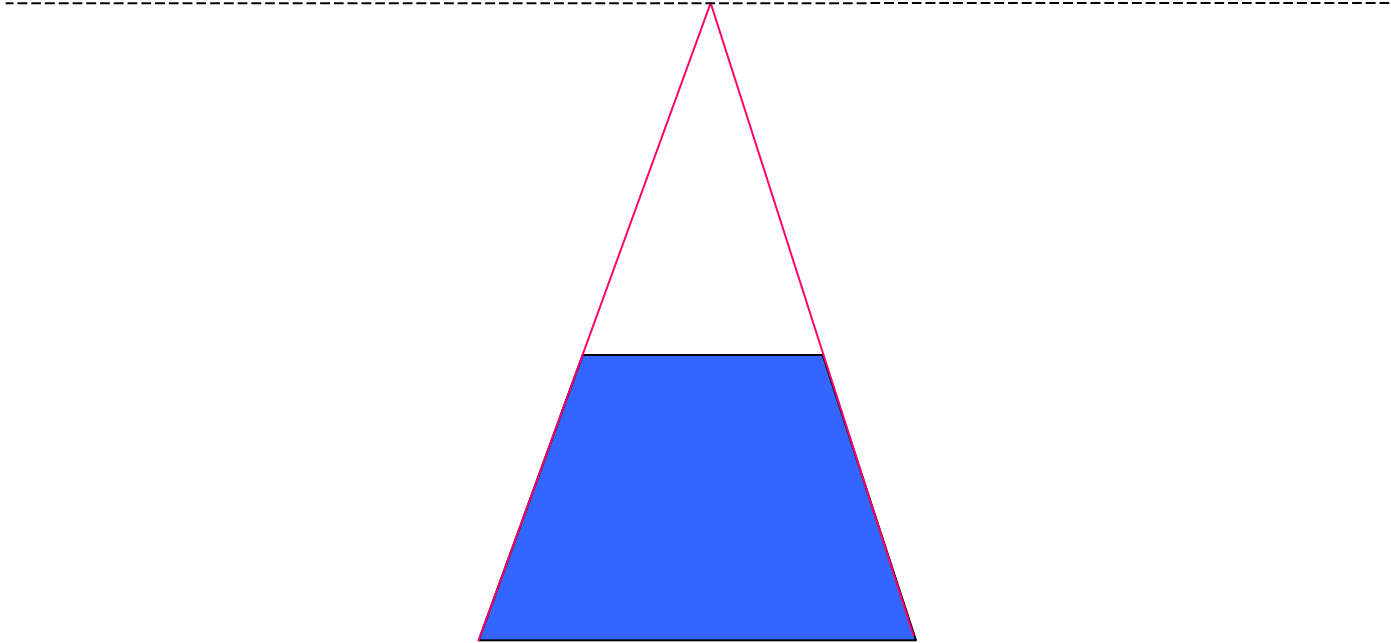


¿Y así?

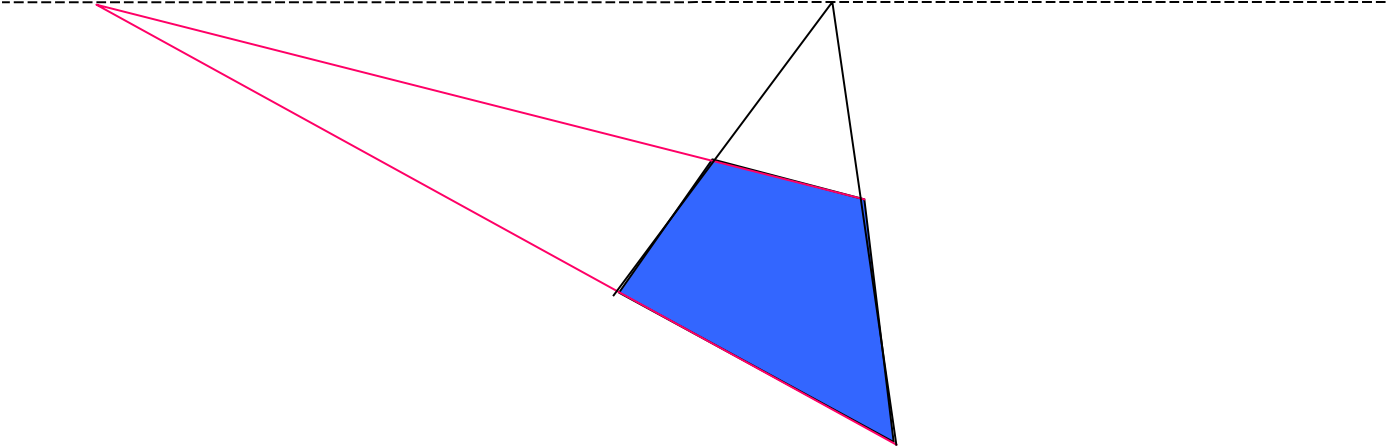


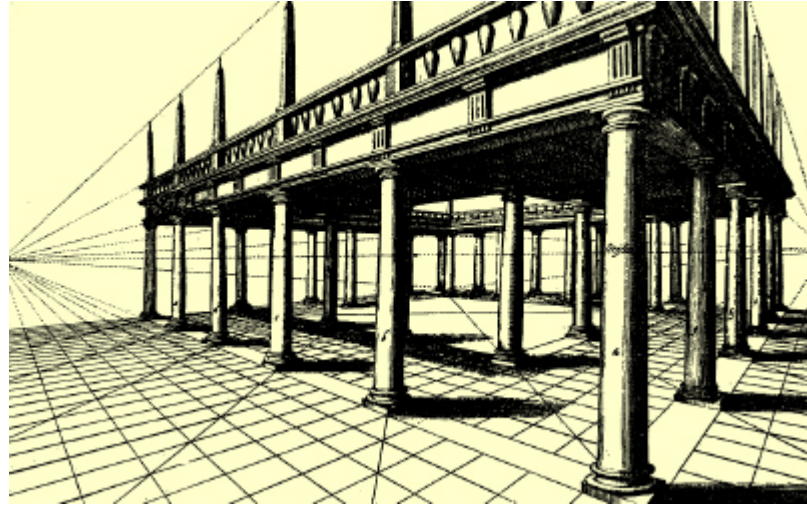
La proyección cónica transforma líneas paralelas en líneas no paralelas

Línea del horizonte



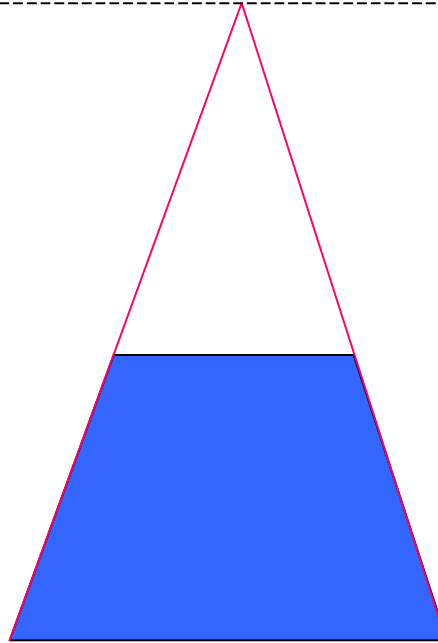
Línea del horizonte

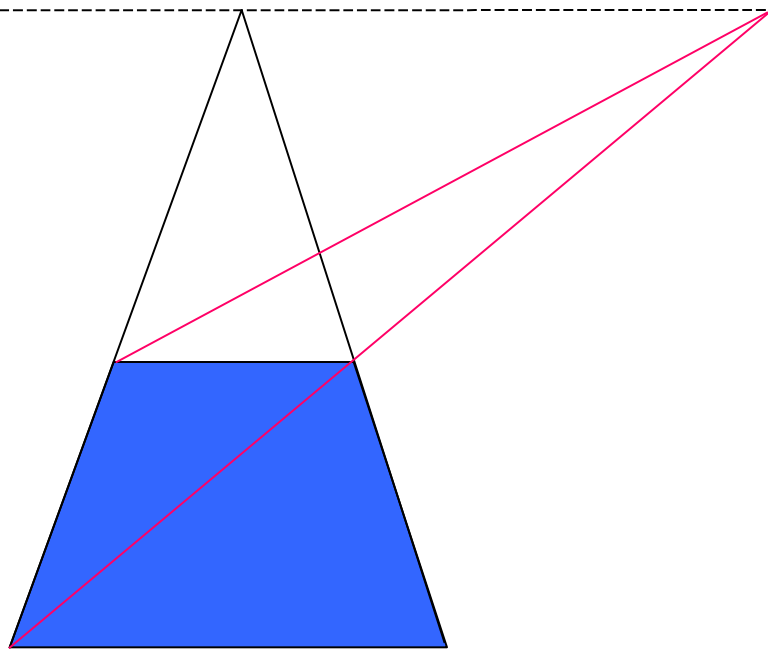
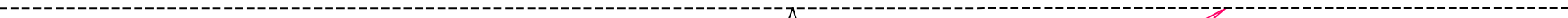


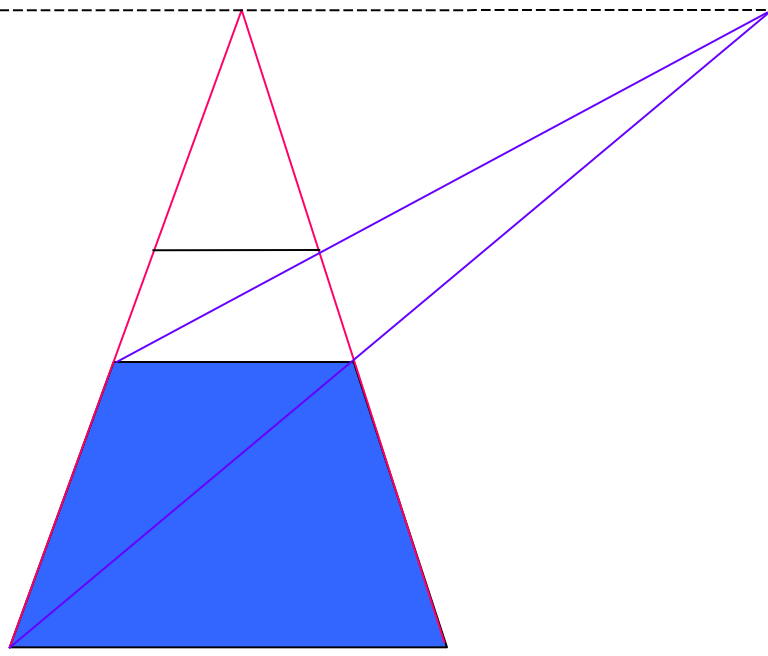


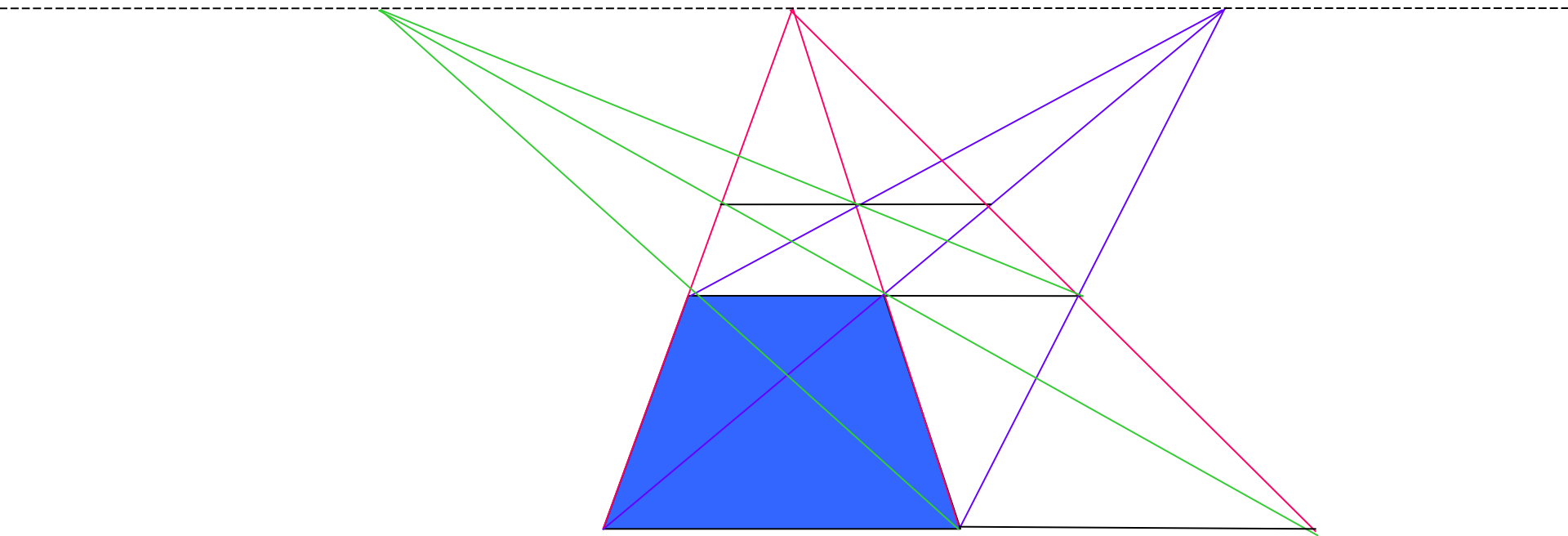
¿Como pintar muchos cuadrados?

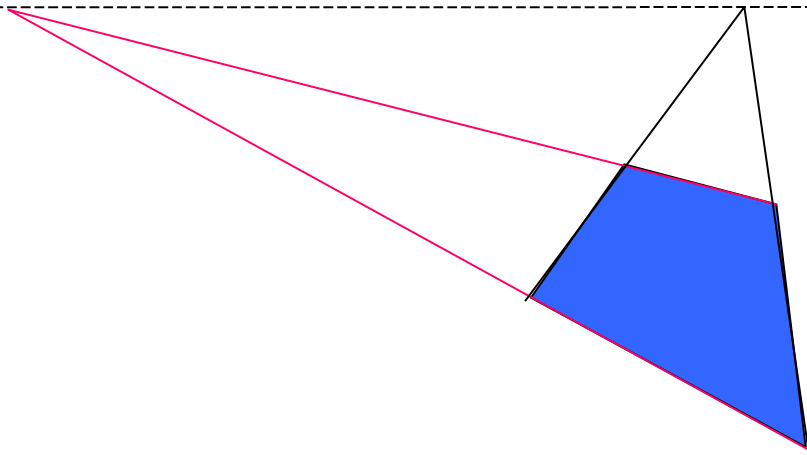
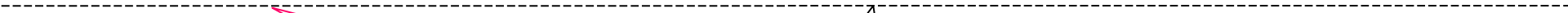
Línea del horizonte

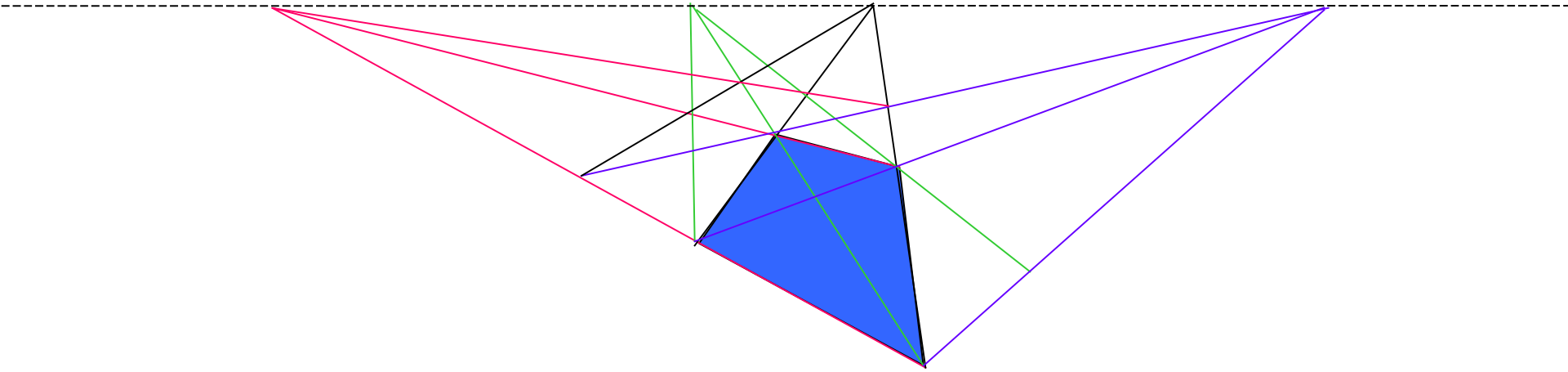




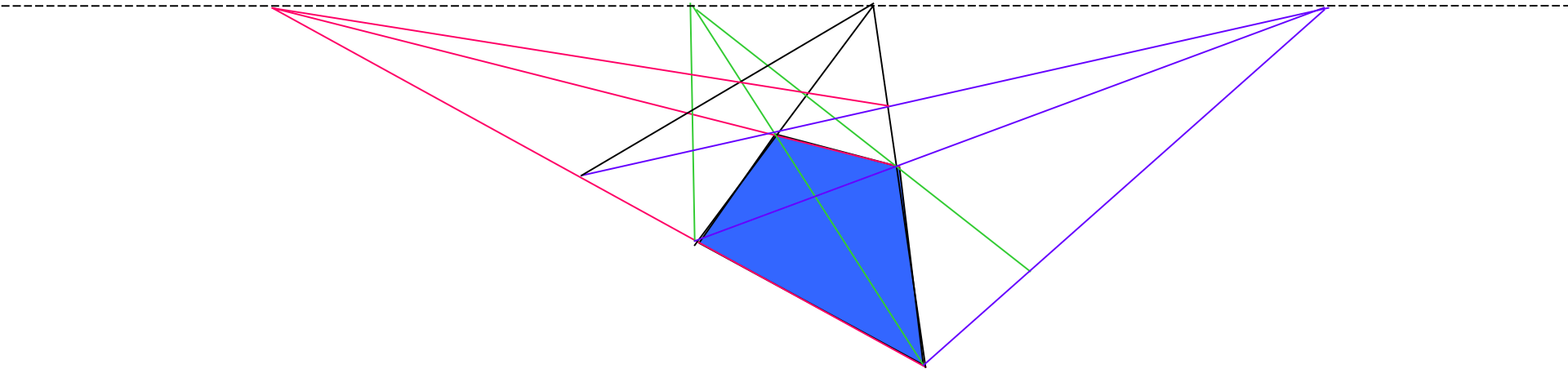






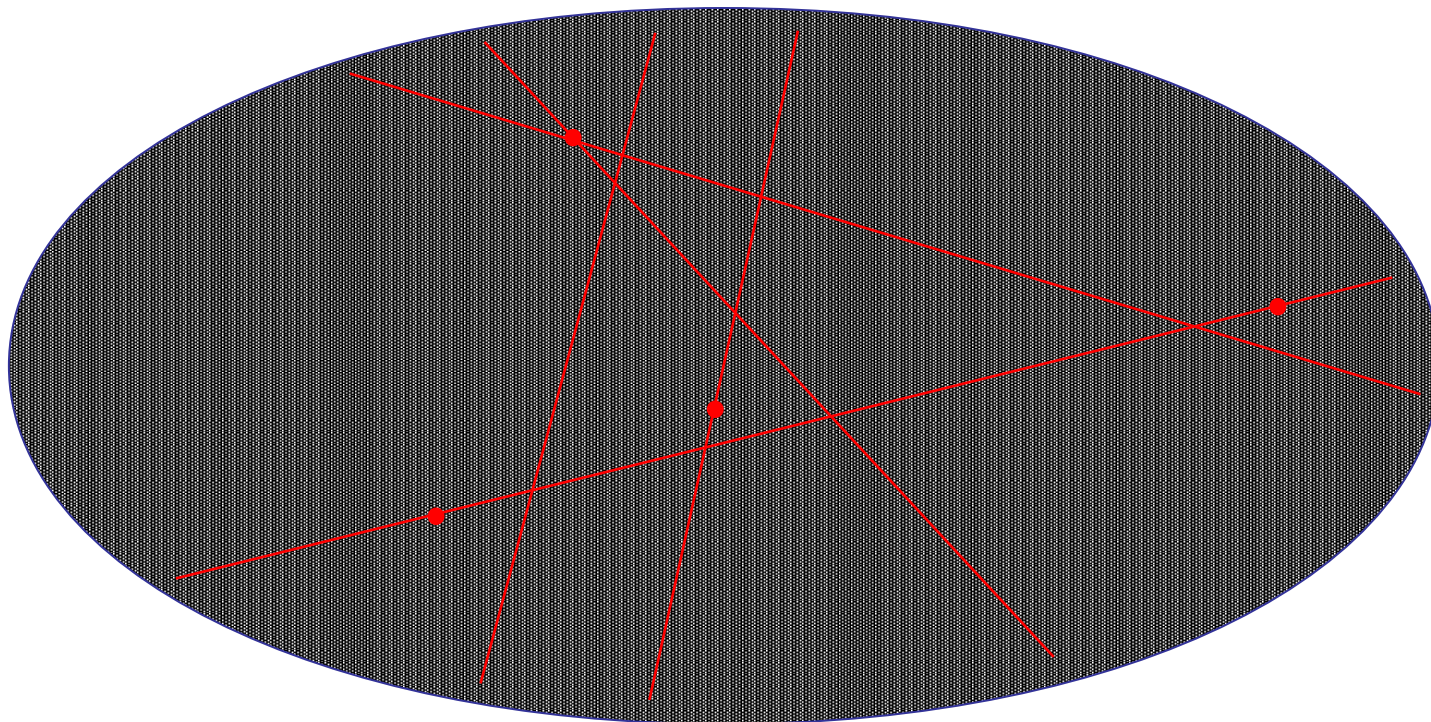


Un punto en el horizonte por cada dirección



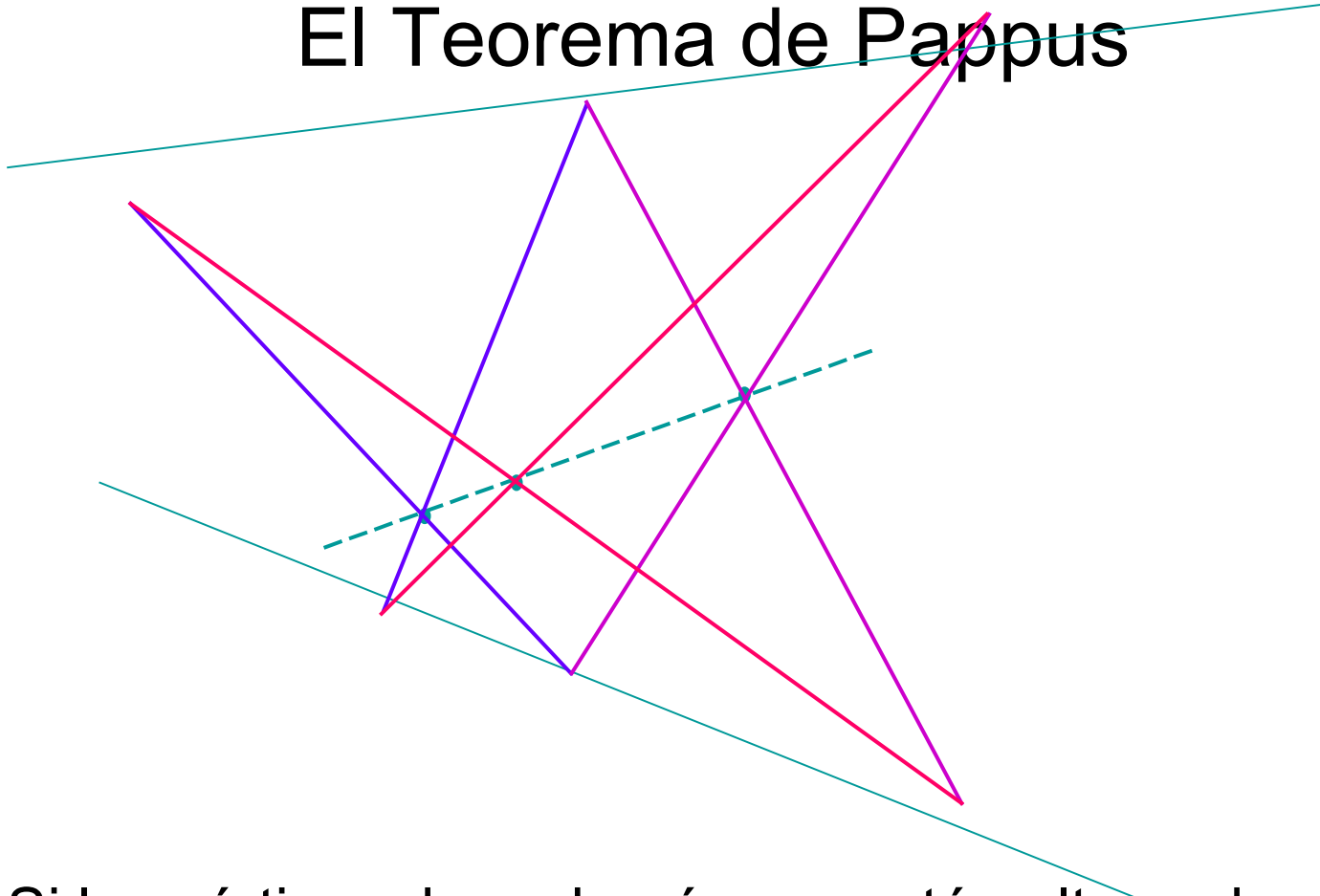
¿Es un milagro que las intersecciones coincidan?

En geometría euclidiana hay algunas propiedades que no dependen de medidas ni proporciones



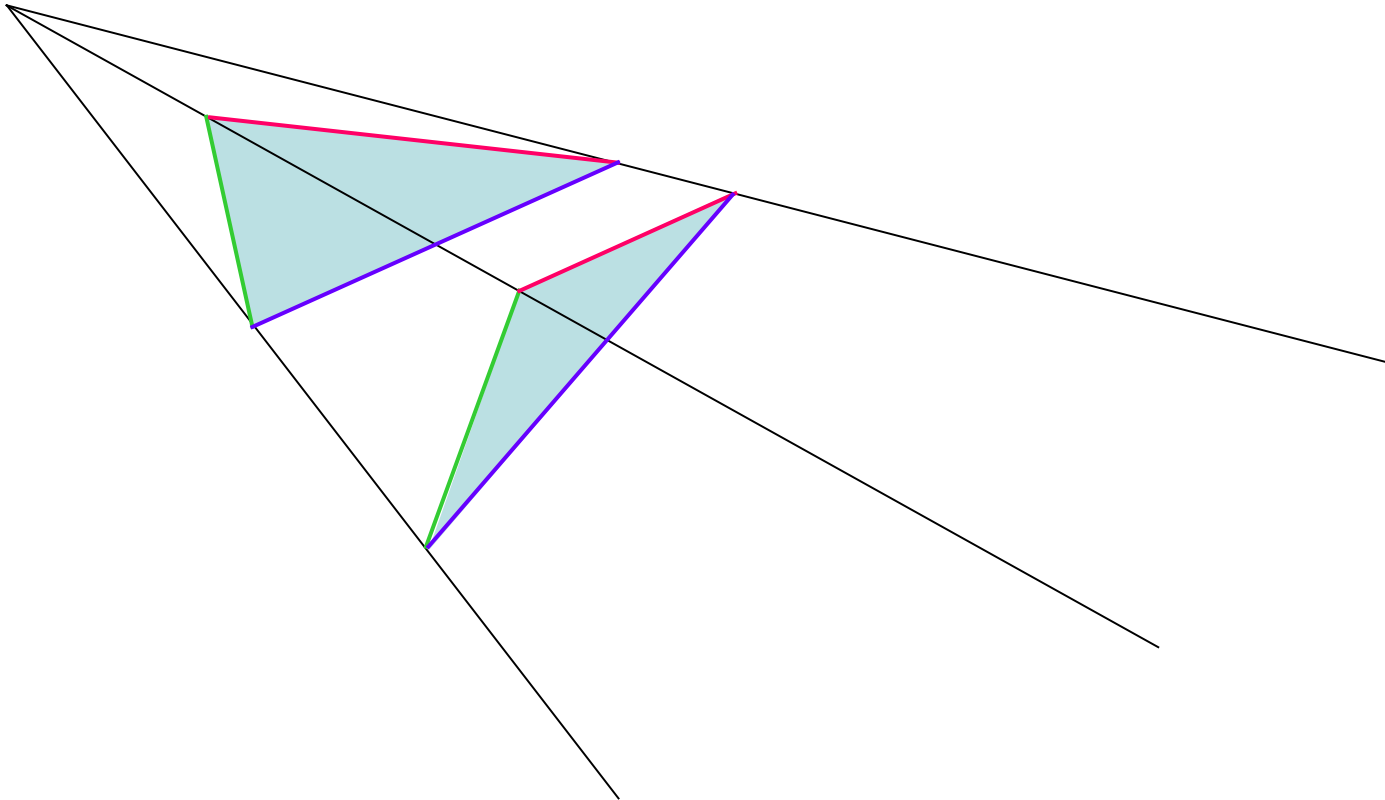
- Por dos puntos pasa una línea
- Dos líneas se intersectan en un punto
- Por cada punto pasa una y sólo una paralela a cada línea

El Teorema de Pappus



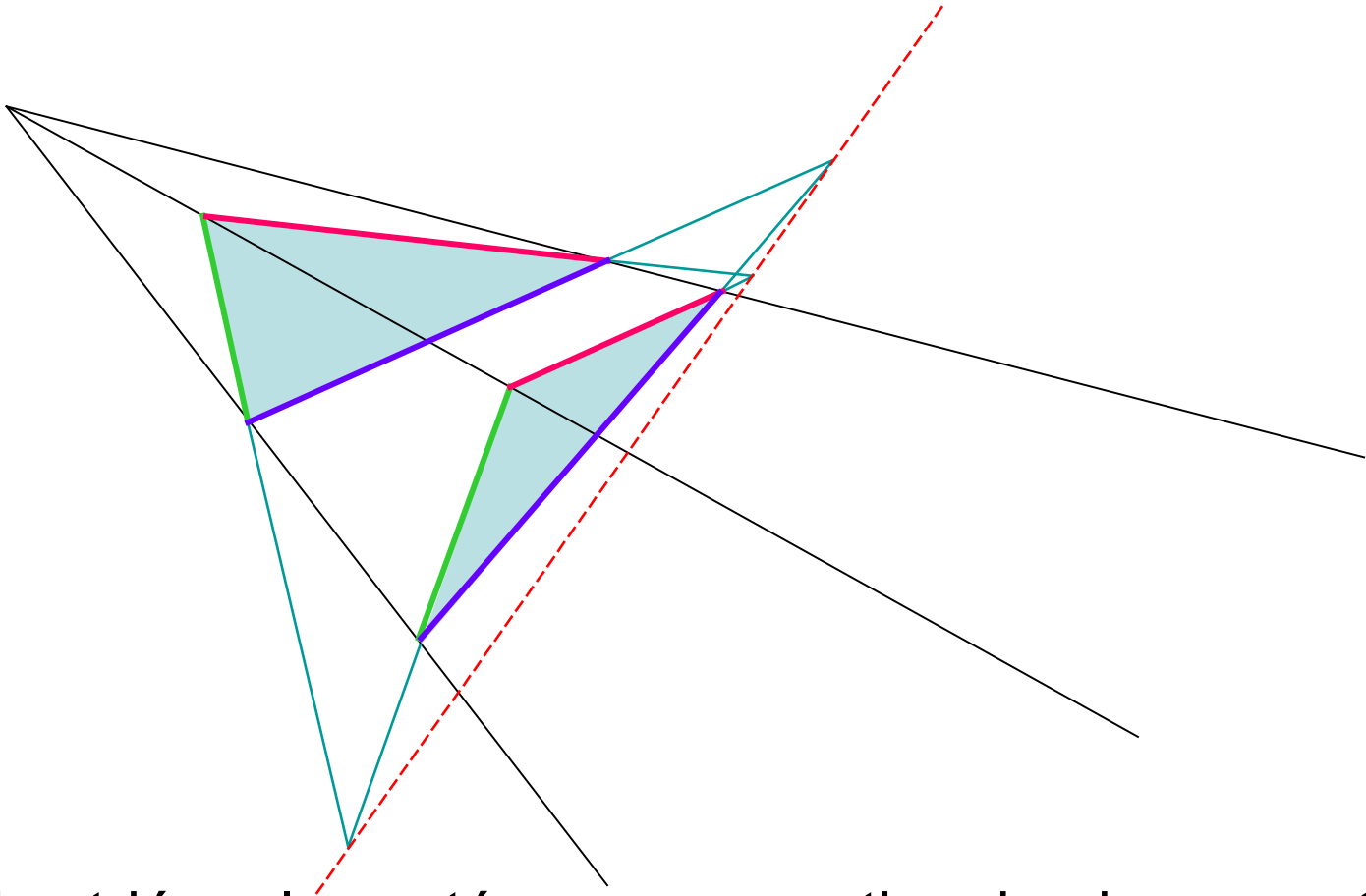
Si los vértices de un hexágono están alternados en dos rectas, los tres pares de lados opuestos se intersectan en tres puntos colineales.

El Teorema de Desargues



Si dos triángulos están en perspectiva desde un punto ...

El Teorema de Desargues



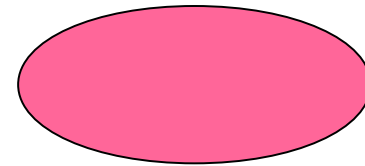
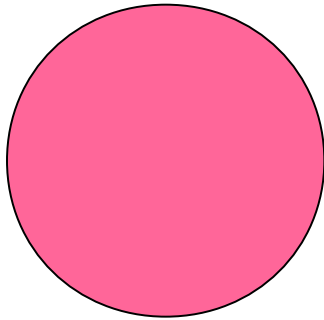
Si dos triángulos están en perspectiva desde un punto,
entonces están en perspectiva desde una línea

Para
dibujar en
perspectiva
no basta
dibujar
rectas

¿O si?

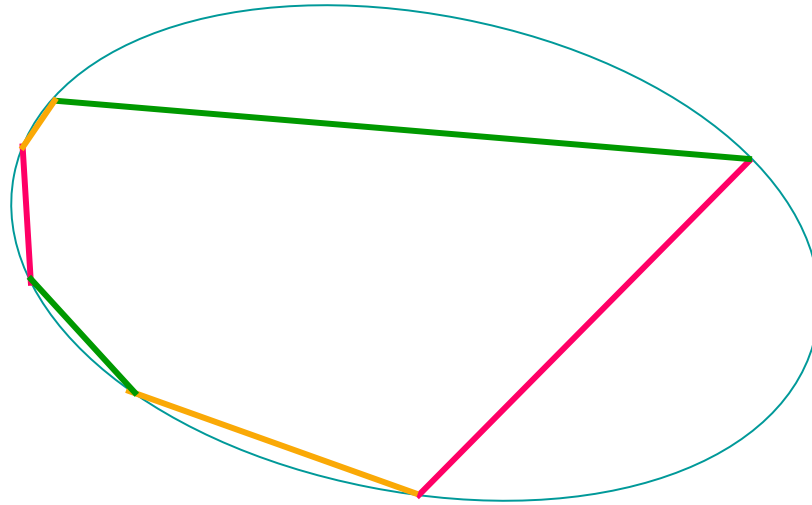


¿Como se proyecta un círculo?



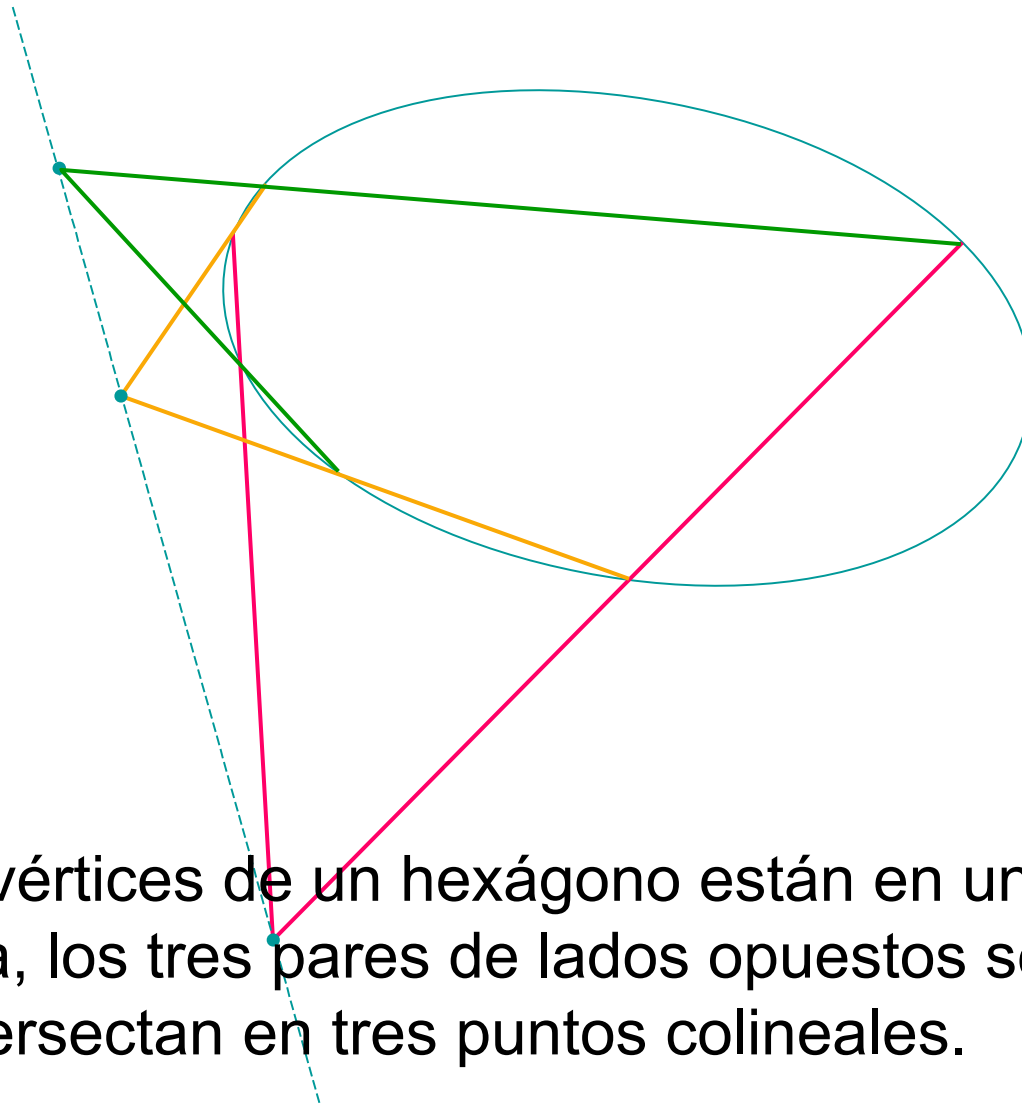
¿Y una elipse?

El Teorema de Pascal



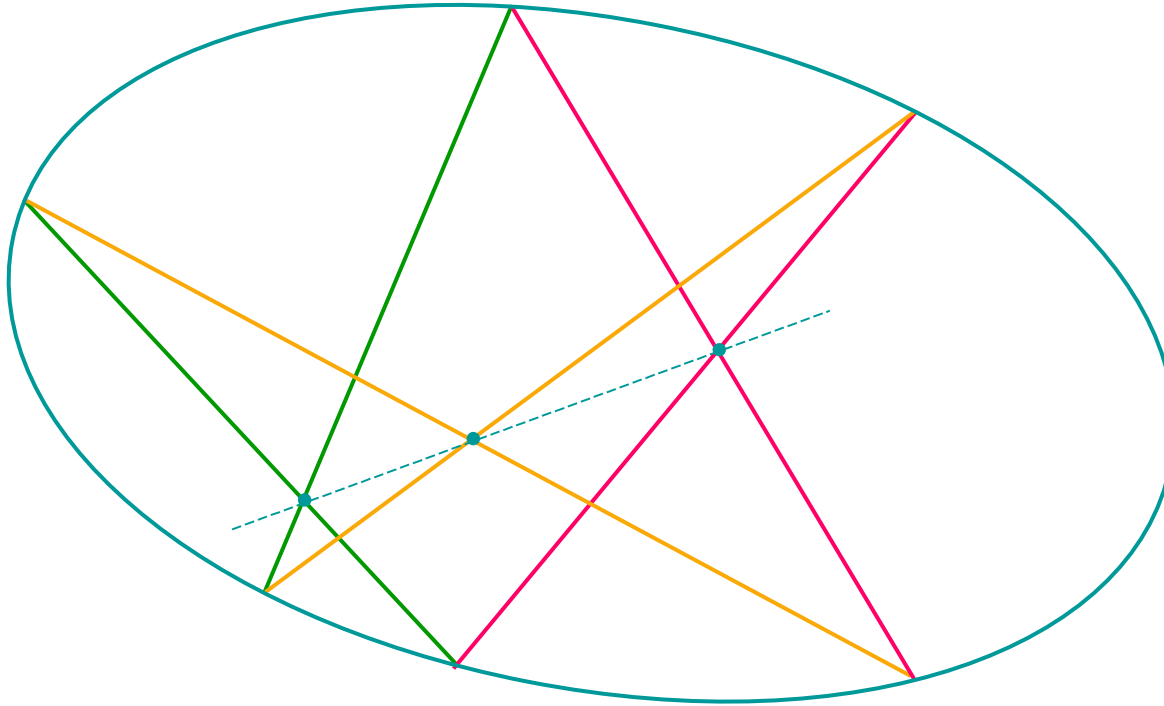
Si los vértices de un hexágono están en una cónica ...

El Teorema de Pascal



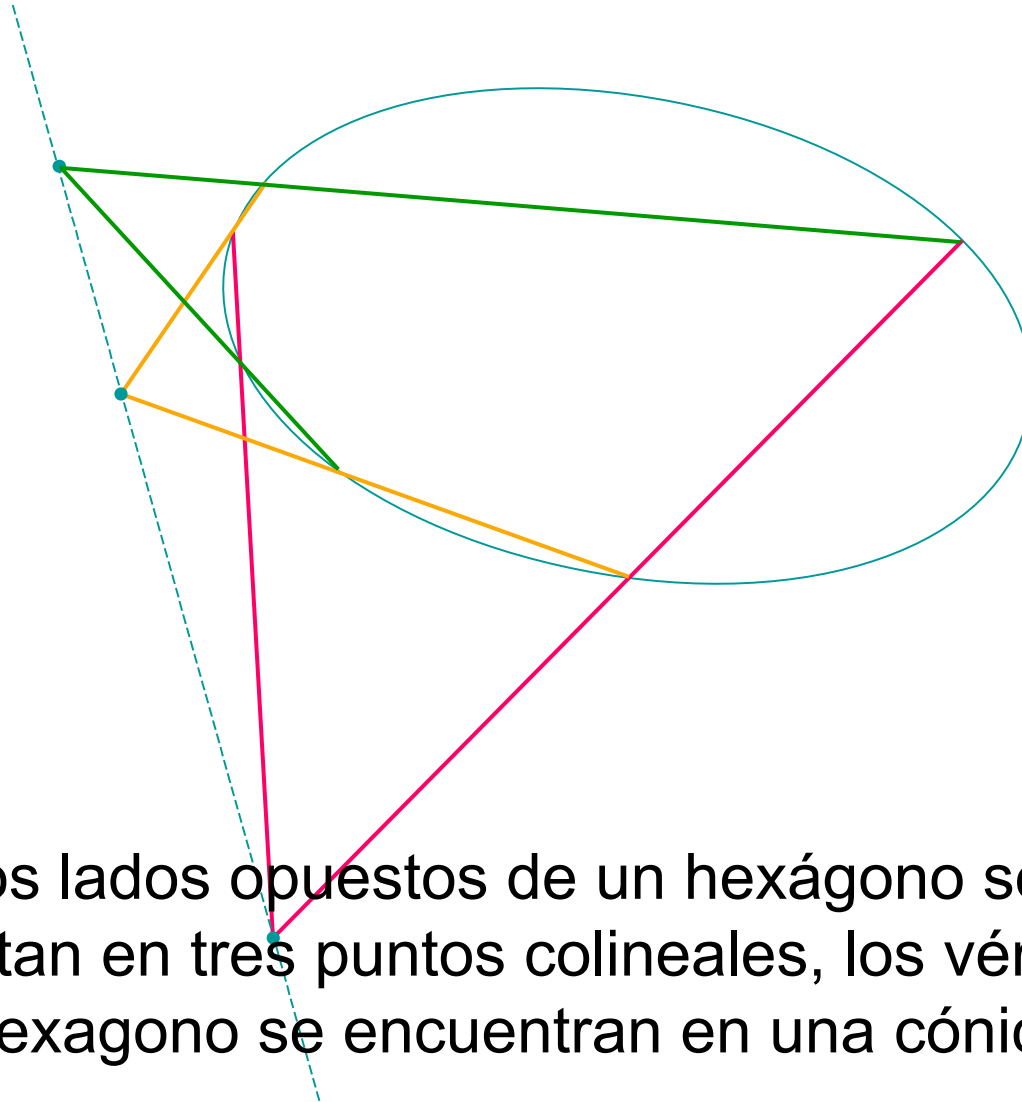
Si los vértices de un hexágono están en una cónica, los tres pares de lados opuestos se intersectan en tres puntos colineales.

El Teorema de Pascal



Si los vértices de un hexágono están en una cónica, los tres pares de lados opuestos se intersectan en tres puntos colineales.

El Teorema de Brianchon



Si los lados opuestos de un hexágono se intersectan en tres puntos colineales, los vértices del hexagono se encuentran en una cónica

El teorema de Pascal y el de Brianchon implican:
las proyecciones transforman cónicas en cónicas

